

- 1) Escribir polinomios cuadráticos que cumplan lo solicitado en cada inciso:
- a) Que su término independiente sea igual a 8.
  - b) Que el coeficiente lineal sea un tercio.
  - c) Que el coeficiente lineal sea nulo.
  - d) Que el coeficiente principal sea 10.
  - e) Que esté incompleto y no ordenado.
  - f) Que esté completo y no ordenado.
  - g) Que cumpla a) y b) a la vez.
  - h) Que cumpla d) y e) a la vez.
- 2) Transformar los polinomios cuadráticos del ejercicio anterior en ecuaciones cuadráticas.
- 3) Hallar las raíces de los siguientes polinomios, y escribirlos, si es posible, de forma factorizada: (Recordar los casos de factorización vistos).
- a)  $P(x) = 3x^2 - 15x$
  - b)  $P(x) = x^2 - \frac{1}{4}$
  - c)  $P(x) = 10x - 100x^2$
  - d)  $P(x) = x^2 + 18x + 81$
  - e)  $P(x) = 20 - 9x + x^2$
  - f)  $P(x) = -\frac{1}{15}x - \frac{2}{15} + x^2$
  - g)  $P(x) = 2x^2 + x + 15$
  - h)  $P(x) = 2x^2 + 8$
- 4) Hallar las soluciones de las siguientes ecuaciones cuadráticas:
- a)  $x^2 = x$
  - b)  $x^2 - 25 = 0$
  - c)  $x^2 - 4x = 56 - 14x$
  - d)  $3x^2 - 14x + 49 = 2x^2$
  - e)  $144 + x^2 = 0$
  - f)  $\frac{2}{9}x + \frac{3}{5}x = x^2 + \frac{2}{15}$
- 5) Resolver los siguientes problemas planteando previamente las ecuaciones cuadráticas:
- a) Encuentra dos números positivos que se diferencien en siete unidades, y que su producto sea 44.
  - b) Un campo de fútbol mide 30 metros más que su ancho, y su área es de 7000 metros cuadrados. ¿Cuáles son sus dimensiones? (hacer figura de análisis).
  - c) Un terreno rectangular mide 240 metros de perímetro, y su área es 3500 metros cuadrados. ¿Qué dimensiones tiene el terreno? (hacer figura de análisis).
  - d) Una pieza rectangular es 4 cm más larga que ancha. Con ella se construye una caja sin tapa de 840 cm<sup>3</sup> cortando un cuadrado de 6 cm de lado en cada esquina y doblando los bordes. Halla las dimensiones de la caja. (hacer figura de análisis).
  - e) Un jardín rectangular de 50 m de largo por 34 m de ancho está rodeado por un camino de arena uniforme. Halla el ancho de dicho camino si se sabe que su área es 540 m<sup>2</sup>. (hacer figura de análisis).
  - f) Mensualmente una compañía puede vender  $x$  unidades de un cierto artículo a  $p$  pesos cada uno. La relación entre  $p$  y  $x$  (precio y número de artículos vendidos) está dada por la siguiente expresión algebraica, llamada "función de demanda":  $p(x) = 1400 - 40x$ . ¿Cuántos artículos debe vender para obtener ingresos de 12000\$ sabiendo que la función Ingresos es igual al producto entre el precio unitario de venta y la cantidad de artículos vendidos?
  - g) Si el número de turistas que hace un recorrido en autobús a una ciudad es exactamente 30, una empresa cobra 20\$ por persona. Por cada persona adicional a las 30, se reduce el cobro personal en 0,5\$. Se han calculado que los máximos ingresos que puede lograr en cada recorrido es 612,50\$ ¿Cuál es el número de turistas que debe llevar un autobús para tener ese ingreso?
- 6) Escribir una ecuación cuadrática de la forma  $-3x^2 + bx + c = 0$  sabiendo que la suma de sus raíces es 4 y que el producto de las mismas es -3. Calcular dichas raíces.
- 7) Dada el polinomio cuadrático  $P(x) = ax^2 + 14x + a$  calcular el valor de  $a$  sabiendo que el polinomio tiene una raíz doble positiva. Calcular esa raíz.

---

---

*Algunas respuestas*

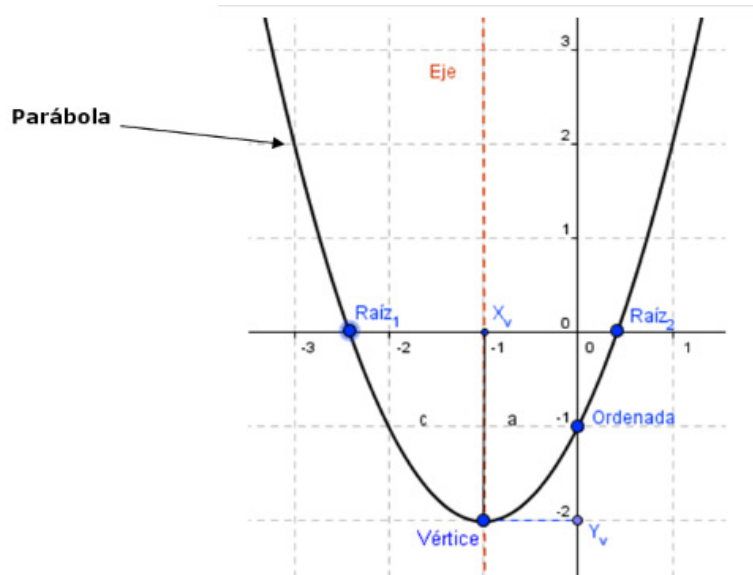
- 3) a)  $x_1 = 0$  ;  $x_2 = 5$  ;  $P(x) = 3x(x - 5)$       c)  $x_1 = 0$  ;  $x_2 = \frac{1}{10}$  ;  $P(x) = 10x(1 - 10x)$
- 4) a)  $x_1 = 1$  ;  $x_2 = 0$     b)  $x_1 = 5$  ;  $x_2 = -5$     e) no tiene raíces reales    f)  $x_1 = -\frac{3}{5}$  ;  $x_2 = -\frac{2}{9}$
- 5) a) 4 y 11    b) 70m x 100m    c) 50m x 70m    d) 10cm x 14cm x 6cm    e) 3 metros  
f) Debe vender 15 artículos o 20 artículos.    g) 35 turistas.

## Función cuadrática

Lee el siguiente texto:

Toda función cuadrática se puede expresar de la siguiente forma:  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  son números reales y  $a \neq 0$ . Esta forma de escribir a la función cuadrática se denomina **polinómica**.

- El gráfico de una función cuadrática está formado por puntos que pertenecen a una curva llamada **parábola**. Miren el gráfico y vean los elementos que se distinguen en él:



**Raíces (raíz<sub>1</sub> y raíz<sub>2</sub>):** las raíces o ceros de la función cuadrática son aquellos valores de  $x$  para los cuales la expresión vale 0. Gráficamente, las raíces corresponden a las abscisas de los puntos donde la parábola corta al eje  $x$ .

Podemos determinar las raíces de una función cuadrática igualando a cero la función  $f(x) = 0$ , y así obtendremos la siguiente ecuación cuadrática:  $ax^2 + bx + c = 0$

Para calcular las raíces se utiliza la siguiente fórmula:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

El eje de simetría de una parábola puede determinarse mediante la siguiente expresión:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

donde  $x_1$  y  $x_2$  son las raíces de la función cuadrática.

**Vértice (vértice):** el vértice de la parábola está ubicado sobre el eje de simetría y es el único punto de intersección de la parábola con el eje de simetría. A la coordenada  $x$  de este punto la llamaremos  $x_v$  y a la  $y$ ,  $y_v$ . El vértice de la parábola vendrá dado por las siguientes coordenadas:  $V = (x_v; y_v)$ .

El valor  $x_v$  se obtiene con la misma expresión que el eje de simetría:

$$x_v = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

O por la expresión:  $x_v = \frac{-b}{2a}$

Una vez obtenido el valor  $x_v$  podemos determinar  $y_v$  evaluando la función cuadrática  $y_v = f(x_v)$ .

**Eje de simetría (eje):** representa la recta vertical simétrica con respecto a la parábola.

8) Para cada una de las siguientes funciones de segundo grado, hallar el vértice, hallar las intersecciones con los ejes X e Y, escribirla en sus otras dos formas y graficar, indicando dominio, imagen e intervalos de crecimiento:

a)  $g(x) = x^2 - 6x - 7$

b)  $m(x) = x^2 - \frac{9}{2}x + 2$

c)  $h(x) = \left(x - \frac{1}{4}\right)\left(x + \frac{3}{2}\right)$

d)  $n(x) = 2x^2 - 1$

e)  $p(x) = 6x^2 + 4x$

f)  $q(x) = -(x+1)^2 + \frac{1}{2}$

9) Se lanza una bola en un campo de juego. Su trayectoria está dada por la ecuación  $y = -0,005x^2 + x + 5$ , donde  $x$  es la distancia que la bola ha viajado horizontalmente, e  $y$  es la altura sobre el nivel del suelo, ambas medidas en pies.



- a) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la bola?  
 b) ¿Qué tan lejos ha viajado horizontalmente la bola cuando choca con el suelo?

10) Un pub abre y cierra cuando todos los clientes se han ido. A partir de registros mensuales se obtuvo una función que permite modelizar el número de personas que hay en el pub  $x$  horas después de su apertura, la misma es:  $P(x) = 60x - 10x^2$

- a) Determinar el dominio y la imagen de  $P$  para este problema. b) Hallar el número máximo de personas que van a pub una determinada noche e indicar en qué horario se produce la máxima asistencia de clientes. c) Si queremos ir al pub cuando haya al menos 50 personas, ¿a qué hora tendríamos que ir? d) Si queremos estar sentados y el pub sólo tiene capacidad para 80 personas sentadas, ¿a partir de qué hora ya estamos seguros que no conseguiremos sillas? e) Graficar la función.

11) Para cada par de funciones encontrar los puntos de intersección entre ellas y graficar

a)  $y = 2x + 1$  ;  $y = -x^2 + 3$

b)  $y = x^2 + 3x + 2$  ;  $y = 2x^2 + 4x$

c)  $y = -3x - 7$  ;  $y = x^2 - x + 1$

d)  $y = x^2 + 3x$  ;  $y = -x^2 + x + 4$

12) De cada una de las parábolas graficadas, indicar la función cuadrática correspondiente. Siempre  $|a| = 1$

