

- 42) **Distancias y Funciones Lineales:** Teorema de Pitágoras en el cálculo de distancias. Aplicaciones con funciones lineales. Distancia de punto a recta. Aplicaciones con triángulos y demás figuras en el plano.
- 43) **Función Módulo:** Concepto de Valor Absoluto. Propiedades del módulo. Función Módulo.
- 44) **Intervalos e Inecuaciones:** Clasificación de Intervalos, abiertos y cerrados, Ubicación en la recta numérica de intervalos, resolución de Inecuaciones con desdoblamiento de planteos, intersección y unión de intervalos en conjuntos solución.
- 45) **Sistemas de Inecuaciones:** Representación gráfica de inecuaciones con 2 variables y sistemas de inecuaciones de 2 variables.
- 46) **Introducción a Funciones Cuadráticas:** Gráficos de parábolas con tabla de valores. Forma Polinómica de la parábola. Vértice y desplazamientos. Raíces. Aplicaciones.
- 47) **Ecuaciones de 2º Grado:** Resolución de ecuaciones de 2º grado. Aplicaciones geométricas en intersecciones de rectas y parábolas.
- 48) **Función Cuadrática:** Forma Polinómica y Canónica, pasajes. Vértice, Raíces, propiedades, reconstrucción de Cuadráticas.
- 49) **Sistemas de Ecuaciones I:** Métodos de Sustitución e Igualación y Gráficos de sistemas de Ecuaciones de 2 incógnitas.
- 50) **Sistemas de Ecuaciones II:** Los 4 Métodos, Gráficos, Clasificación de los sistemas de ecuaciones.
- 51) **Sistemas de Ecuaciones de 3 Variables:** Métodos de resolución y clasificación, resolución de Sistemas de nxn usando matrices.
- 52) **Trigonometría I - Pitágoras:** Repaso del Teorema de Pitágoras, Definición de razones trigonométricas, Sen(x), Cos(x), Tg(x). Resolución de triángulos rectángulos. ArcSen, ArcCos y ArcTg.
- 53) **Trigonometría II:** Teorema del Seno y del Coseno. Resolución de triángulos oblicuángulos. Ejercicios de Aplicación.
- 54) **Trigonometría III:** Identidades Trigonómicas, Relaciones de funciones entre cuadrantes. Equivalencias entre grados y radianes.
- 55) **Trigonometría IV:** Funciones Trigonómicas, Amplitud, Fase, Período, Frecuencia, pulsación, Dominio, Imagen, Ceros, Ecuaciones.
- 56) **Estudio de Funciones I:** Condición de Función. Dominio e Imagen. Clasificación de funciones: Inyectivas, sobreyectivas y biyectivas.
- 57) **Estudio de Funciones II:** Intervalos de Crecimiento y Decrecimiento. Positividad y Negatividad.
- 58) **Estudio de Funciones III:** Funciones Partidas, Partición del dominio, Revisión de funciones lineales, cuadráticas, y homográficas.
- 59) **Estudio de Funciones IV:** Funciones Pares e Impares, Ejercicios de aplicación.
- 60) **Funciones Racionales y Polinómicas:** Estudio de las funciones Racionales y Polinómicas y sus características principales.
- 61) **Números Complejos I:** Definición. Concepto de la unidad imaginaria. Suma, resta, multiplicación y División de Números Complejos. Conjugado e Inverso de un número complejo, representación Gráfica, Potencias y Raíces de números complejos, Ecuaciones.
- 62) **Números Complejos II:** Forma polar y Trigonométrica del Número complejo. Operaciones y pasajes. Conceptos, relaciones gráficas.
- 63) **Polinomios:** Monomios, polinomios, operaciones con polinomios, grado del polinomio, coeficientes, Ruffini y Teorema del Resto.
- 64) **Factorio:** Los 6 Casos de Factorio.
- 64) **Bis - Factorio por Ruffini:** Factorio por Ruffini, factorio de polinomios con búsqueda de raíces por Ruffini.
- 65) **Expresiones Algebraicas Racionales:** Suma y Resta de Expresiones Algebraicas Racionales, MCM y DCM. Ecuaciones Racionales.
- 66) **Potenciación y Radicación:** Potenciación y Radicación de Expresiones Algebraicas. Propiedades de la potencia y la Raíz.
- 67) **Racionalización de Expresiones Algebraicas:** Los tres tipos de Racionalización de expresiones Algebraicas.
- 68) **Funciones Exponenciales y Logarítmicas:** Definición, Gráficas Aproximadas, Multiplicadores, Desplazamientos, Asíntotas.
- 69) **Ecuaciones Exponenciales y Logarítmicas:** Propiedades de los logaritmos. Cálculos con Propiedades, Ecuaciones.
- 70) **Límites I:** Definición. Límites laterales, determinados e Indeterminados. Estudio de indeterminaciones tipo 0/0 infinito/infinito.
- 71) **Límites II:** Casos especiales de límites: Sex(x)/x Tg(x)/x y otros.
- 72) **Límites III:** Continuidad de Funciones. Tipos de Discontinuidad, Evitable, saltos finitos e infinitos.
- 73) **Límites IV:** Asíntotas. Cálculo de Asíntotas, horizontales, verticales y oblicuas de funciones aplicando límites.
- 74) **Derivadas I:** Definición y Concepto de Derivada. Cálculo de Derivadas por definición aplicando Límites. Tabla de derivadas mas usadas. Derivadas de la Suma, resta, producto y división de funciones.
- 75) **Derivadas II:** Derivadas de Funciones compuestas, Regla de la cadena. Aplicaciones.
- 76) **Derivadas III:** Puntos críticos de funciones, máximos y mínimos, punto de inflexión. Maximización de valores usando derivadas.
- 77) **Integrales I:** Función primitiva, Concepto de la integral. Diferenciales, concepto. Integrales directas, Regla de Barrow, áreas.
- 78) **Integrales II:** Métodos de Integración: Sustitución de Variable, Integrales por Partes y Descomposición en fracciones Simples.
- 79) **Sucesiones:** Definición de una sucesión. Término general de una sucesión. Sucesiones Aritméticas, y Geométricas, Fórmulas.
- 80) **Introducción al Análisis Matemático:** Concepto, definición, aplicación y cálculo de Límites, derivadas e integrales de funciones polinómicas hasta grado 1. Algunos ejemplos con funciones polinómicas de mayor grado a manera conceptual.
- 82) **Vectores:** Definición de Vector. Elementos. Conceptos de Traslación, Rotación y Simetría respecto del punto y de una recta.
- 83) **Matrices:** Definición, Tipos, Clasificación, Propiedades, Operaciones Básicas con matrices, Cálculo del determinante. Aplicaciones.
- 84) **Cónicas:** Ecuaciones de las cónicas, hipérbola, elipse, circunferencia y parábola. Fórmulas, propiedades, elementos, focos, distancia focal, excentricidad, gráficas, ecuaciones.

Para ver detalladamente el contenido de cada unidad consulte nuestra página web: www.logikamente.com.ar

☆ **Media, Mediana y Moda** ¿Qué son la Media, la Mediana y la Moda?

- **Media:** Es el cociente entre la suma de los números y la cantidad de números.
- **Moda:** Es el valor mas frecuente de la muestra.
- **Mediana:** Es el valor que ocupa el lugar central de los datos si se ordenan de menor a mayor. Si la cantidad de datos es par, al ocuparse el centro por dos valores la mediana es el promedio entre ambos.

Veamos un ejemplo. La siguiente tabla muestra la cantidad de personas que fueron a ver a algunos músicos.

Músico o Banda	Estadio o Lugar	Asistencia (personas)
Eric Clapton	River	30.000
Los Redondos	River	60.000
Soda Stereo	River	70.000
Iron Maiden	Vélez	30.000
Led Zeppelin	Knebworth	150.000
Moris, Los Gatos, Vox Dei, Miguel Abuelo, etc.	Velódromo Municipal	30.000
Almendra	Estadio Obras	30.000*
Serú Girán	La Rural	60.000
Peter Gabriel, Bruce Springsteen, Sting, Charly García, León Gieco, etc. - (Amnesty Internacional)	River	75.000
Fito Páez	Vélez Sarsfield	75.000

* Cantidad de gente que fue en 3 funciones.

Población y Muestra:

- Población se define como al total de datos que son parte de un suceso. En nuestro ejemplo la población serían todos los datos existentes de cantidad de espectadores de eventos musicales.
- Muestra se define como el conjunto pequeño de datos de la población que yo tomo para hacer un estudio estadístico, en nuestro ejemplo son los datos de la tabla.



Tomo datos **de muestra** (de entre todos los datos existentes) para **analizar y comparar...**

Moda: La Moda es el número que más se repite en la muestra.

En este ejemplo de los recitales, la muestra es:

30.000, 60.000, 70.000, 30.000, 150.000, 30.000, 30.000, 60.000, 75.000, 75.000

Y Ya remarcamos el número que más se repite en la muestra.. esta es la Moda, que en este caso es 30.000.

Media: Cociente entre la suma de los valores y la cantidad de valores sumados.

En este caso: Hago el promedio...

$$\text{Media} = \frac{30.000 + 60.000 + 70.000 + 30.000 + 150.000 + 30.000 + 30.000 + 60.000 + 75.000 + 75.000}{10} = \frac{610.000}{10} \Rightarrow \text{Media} = 61.000$$

Mediana: La Mediana es el "valor central" de la distribución ordenada de menor a mayor.

Para calcular la **Mediana**, primero tenemos que ordenar los valores de la Muestra de menor a mayor:

30.000, 60.000, 70.000, 30.000, 150.000, 30.000, 30.000, 60.000, 75.000, 75.000

Ordenamos los valores de la Muestra de menor a mayor...

30.000, 30.000, 30.000, 30.000, 60.000, 60.000, 70.000, 75.000, 75.000, 150.000.-

Ahora sólo resta identificar el valor "del medio":

Mediana = 60.000

El promedio de los dos valores centrales es 60.000.

Nota: Si la muestra hubiese tenido un número impar de valores, la Mediana sería directamente el **valor del medio.**

☆ **Repaso: Construcción de Gráficos Circulares:** Repasemos como se confecciona un gráfico circular con el siguiente ejemplo: Se hace una encuesta en dos cursos preguntando la cantidad de hermanos que tiene cada alumno y se obtienen las siguientes respuestas:

Sobre un total de 45 encuestados
Acerca de la cantidad de hermanos de cada encuestado.

Cantidad de Hermanos	0	11	← Cantidad Respuestas
	1	12	
	2	9	
	3	9	
	4	3	
	5	1	

Lo que vamos a hacer es partir un círculo de forma proporcional a las cantidades del cuadro, para ello, vamos a tener que dividir el ángulo total de apertura del círculo que es 360° en forma proporcional a cada dato, esto se hace mediante una regla de tres simple.. Veamos

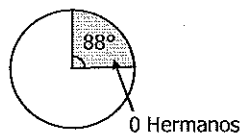
Para saber que proporción del círculo le corresponde a un grupo, tenemos que saber que proporción es el valor de ese grupo sobre el total de 45 (que es el total de encuestados) y esto lo hacemos mediante regla de 3 simple. Si 45 (que es el total) es 360° (Que es todo el círculo) la cantidad de un grupo serán "x" grados.

Bueno, de esta forma armamos una tabla en la que a cada grupo le ponemos la proporción de grados que le corresponde. En nuestro ejemplo la tabla quedaría así:

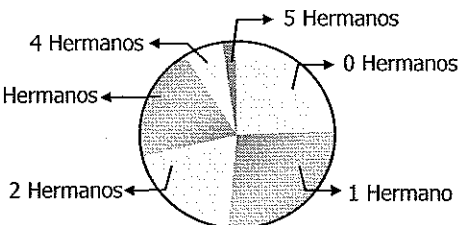
Con esta tabla vamos a empezar a armar el gráfico circular.

0	11	88°
1	12	96°
2	9	72°
3	9	72°
4	3	24°
5	1	8°
Total	45	360°

Ejemplo: Al grupo de "0 Hermanos" le corresponden 88°



Esta es la proporción en grados, del círculo que le corresponde a cada grupo



Y así marcamos cada zona con el ángulo que le corresponda hasta que terminamos el gráfico.

El gráfico final nos quedaría de la siguiente manera:

Cuadros de Frecuencias:

- o **Frecuencia Absoluta:** Es la cantidad de veces que se repite un valor en una muestra de datos estadísticos.
- o **Frecuencia Relativa:** Es el cociente entre la frecuencia absoluta y el total de datos (Expresado en %).

Volvemos al ejemplo de la cantidad de hermanos que vimos antes. Si copiamos el cuadro, notamos que las frecuencias absolutas son justamente los valores que tiene cada dato, es decir la frecuencia absoluta por ejemplo del grupo de "0 hermanos" es "11" porque ese dato se repite 11 veces. Entonces el cuadro de frecuencias absolutas es el que venimos viendo:

Como el total son 45 encuestados. Las frecuencias relativas son los porcentajes de las frecuencias absolutas respecto de ese total. Lo calculamos mediante regla de tres simple:

Grupo	Frecuencia Absoluta
Ningún Hermano	11
1 Hermanos	12
2 Hermanos	9
3 Hermanos	9
4 Hermanos	3
5 Hermanos	1

45 Alumnos → 100 %
11 Alumnos → X

$$X = \frac{11 \text{ Alumnos} \cdot 100\%}{45 \text{ Alumnos}} \Rightarrow X = 24,4\%$$

De esta manera calculamos la frecuencia relativa del grupo de "0 Hermanos".

De la misma manera calculamos el resto para completar el cuadro de Frecuencias Relativas.

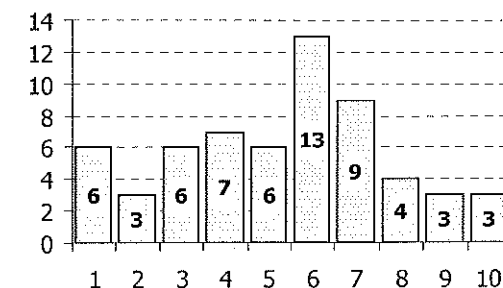
Grupo	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa
Ningún Hermano	11	24,44%
1 Hermano	12	26,67%
2 Hermanos	9	20%
3 Hermanos	9	20%
4 Hermanos	3	6,67%
5 Hermanos	1	2,22%

- Si los valores de una muestra son 50, 50, 50, 50 y 50 ¿Es correcto decir que la media no existe?
- Si los valores de una muestra son 6, 7, 7 y 8: ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es válida?
a) Hay 2 medianas distintas. b) Hay 2 medianas iguales. c) Hay una sola mediana.
- Diego dice que en una muestra dedujo que la media, la mediana y la moda son iguales. ¿Puede ser que sea verdadera la afirmación de Diego?
- Dada la siguiente muestra con las notas de Matemática de la prueba que tomaron en 8º "A":
Notas: 7, 5, 6, 6, 9, 10, 4, 6, 6, 6, 7, 8, 8, 4, 5, 5, 10, 3, 4, 7
Decidir si:
a) Esta muestra tiene 2 medianas. c) La moda es 6.-
b) La mediana es 4 ó 5.- d) El promedio es 10, pues es el valor más alto.
- ¿Está bien decir que para la Muestra 5, 5, 6 y 7 (que representan las veces que llegaron tarde las cuatro maestras de 7º), la Media es 6? ¿La Media es igual a la Mediana?
- Mariano hizo una encuesta en su división preguntando la cantidad de hermanos que tenía cada uno de sus compañeros, y obtuvo las respuestas: 0, 2, 1, 1, 1, 1, 3, 3, 0, 0, 4, 5, 1, 2, 1, 3, 0, 1, 0, 0, 0, 6
a) Calcular la Media de la Muestra.
b) Mariano no tiene hermanos, si la Muestra incluye a Mariano ¿Cambia la Media?
- Efectuar un cuadro de Frecuencias mostrando cuantos compañeros de tu división son hinchas de cada club de fútbol. Calcular la Moda, la Mediana y la Media.
- Dada la siguiente distribución de edades de una muestra, calcular, media, mediana y moda.
10 - 12 - 8 - 8 - 13 - 15 - 11 - 12 - 10 - 8 - 9 - 12 - 8 - 13 - 14
9 - 8 - 11 - 12 - 10 - 9 - 8 - 13 - 9 - 9 - 11 - 12 - 12 - 14 - 15
12 - 11 - 10 - 12 - 15 - 13 - 9 - 14 - 12 - 15 - 11 - 10 - 9 - 11 - 10
- Dados los siguientes datos que corresponden a una encuesta hecha en un curso, en la que se preguntó acerca de la cantidad de programas de TV que se miran habitualmente la casa de cada alumno, armar un cuadro de frecuencias organizando los datos y calcular: Media, moda y mediana de la muestra.
0 - 4 - 3 - 2 - 3 - 4 - 7 - 2 - 6 - 1 - 3 - 2 - 1 - 4 - 3
6 - 0 - 3 - 5 - 1 - 4 - 4 - 5 - 5 - 4 - 4 - 2 - 0 - 1 - 4
5 - 3 - 5 - 2 - 1 - 4 - 3 - 2 - 3 - 0 - 4 - 6 - 2 - 3 - 6

En un curso se registraron las notas de todas las pruebas de matemáticas del año, con ellas se armó el siguiente cuadro de frecuencias y gráfico de barras:

Notas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Frecuencia	6	3	6	7	6	13	9	4	3	3

➤ **Gráfico de barras**



- ¿Se puede decir cuál es la media sólo mirando el gráfico sin hacer ningún cálculo?
- ¿Se puede decir cuál es la moda sólo mirando el gráfico sin hacer ningún cálculo?
- Calcular la media.
- Calcular la moda.
- Calcular la mediana.
- Realizar un cuadro de frecuencias relativas.

En una colonia de vacaciones se les preguntó a cada chico su número preferido del 1 al 41 (con el fin de hacer una estadística para confeccionar una boleta de loto) y se recolectaron los siguientes datos:

- 3 - 27 - 5 - 23 - 32 - 38 - 33 - 7 - 21 - 13 - 35 - 11 - 36 - 5 - 29 - 2 - 35
 36 - 36 - 11 - 26 - 17 - 32 - 22 - 14 - 2 - 11 - 25 - 27 - 36 - 7 - 3 - 29 - 14
 34 - 20 - 12 - 6 - 2 - 15 - 5 - 8 - 2 - 23 - 28 - 34 - 16 - 35 - 33 - 26 - 20
 12 - 34 - 21 - 5 - 15 - 16 - 22 - 28 - 33 - 10 - 15 - 6 - 20 - 38 - 26 - 3 - 11
 18 - 5 - 13 - 1 - 11 - 2 - 1 - 31 - 29 - 15 - 33 - 5 - 37 - 9 - 5 - 17 - 20
 30 - 6 - 19 - 28 - 16 - 20 - 39 - 9 - 26 - 39 - 8 - 22 - 11 - 32 - 26 - 28 - 9
 25 - 7 - 35 - 39 - 35 - 38 - 20 - 14 - 3 - 10 - 34 - 3 - 12 - 17 - 4 - 31 - 13
 39 - 4 - 18 - 33 - 11 - 39 - 6 - 38 - 7 - 35 - 26 - 15 - 13 - 18 - 21 - 17 - 2

- 16) Calcular media de la distribución.
- 17) Calcular la moda de la distribución
- 18) Calcular la mediana de la distribución.
- 19) Confeccionar un cuadro de frecuencias absolutas y relativa.
- 20) Si quiero hacer una boleta de LOTO (6 números) con los números más representativos de la distribución. ¿Está bien poner en primer lugar la moda?
- 21) Si quiero hacer una boleta de LOTO (6 números) con los números más representativos de la distribución. ¿Está bien poner en primer lugar la media o la mediana?

A continuación tenemos un recorte de diario con las temperaturas máximas y mínimas registradas un día del mes de enero de 2005 en las principales ciudades del país.

Temperaturas

Ayer en el país

Día	Máx.	Mín.	Día	Máx.	Mín.
Azul	28°	19°	Neuquén	29°	13°
B. Blanca	25°	17°	Olavarría	28°	20°
Bariloche	23°	7°	Paraná	26°	22°
Catamarca	32°	29°	Posadas	35°	27°
C. Rivadavia	27°	12°	Resistencia	18°	25°
Concordia	29°	21°	R. Gallegos	20°	7°
Córdoba	28°	20°	Rosario	39°	23°
Corrientes	38°	27°	Salta	35°	18°
El Calafate	20°	8°	San Juan	28°	17°
Esquel	19°	6°	San Luis	27°	21°
Formosa	38°	27°	Santa Fe	27°	21°
Iguazú	33°	22°	Santa Rosa	28°	19°
Jujuy	39°	21°	S. del Estero	39°	28°
La Plata	31°	21°	Tandil	27°	17°
La Rioja	35°	23°	Tucumán	36°	24°
Mar del Plata	23°	19°	Ushuaia	10°	4°
Mendoza	28°	16°			

- 22) Calcular la media de todas las temperaturas **máximas**.
- 23) Calcular la mediana de todas las temperaturas **máximas**.
- 24) Calcular la moda de todas las temperaturas **máximas**.
- 25) Calcular la media de todas las temperaturas **mínimas**.
- 26) Calcular la mediana de todas las temperaturas **mínimas**.
- 27) Calcular la moda de todas las temperaturas **mínimas**.
- 28) Armar un cuadro de frecuencias absolutas y relativas para las temperaturas **mínimas**, agrupadas en los siguientes rangos:
 - Menos de 15 ° C
 - Desde 15 ° C inclusive hasta 20 ° C Inclusive
 - Mas de 20 ° C
- 29) Confeccionar un gráfico circular con los datos del cuadro de frecuencias anterior.

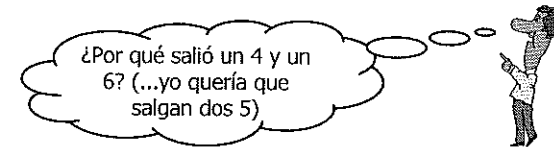
Responder Verdadero o Falso:

- 30) Una distribución puede tener más de una moda.
- 31) La media de una distribución siempre coincide con algún valor de la misma.
- 32) La frecuencia relativa de un dato es la cantidad de veces que se repite.
- 33) La moda de una distribución es el dato que más se repite.
- 34) Los gráficos circulares representan a las frecuencias relativas.
- 35) Los gráficos de barras representan las frecuencias absolutas.
- 36) Una distribución puede tener más de una media.
- 37) La mediana de una distribución es como su "centro de gravedad" ya que divide a la distribución en dos partes de igual cantidad de datos. -8-

Fotocopiar este material es un delito, ley 11.723. Denuncias a denuncias@logikamente.com.ar

¿Qué es más probable, que salga campeón Argentina, o Brasil?

Esto se lo habrán preguntado bastantes... Pero ¿Hay manera de calcularlo matemáticamente? La respuesta es **NO, lo que podemos hacer Matemáticamente es calcular probabilidades que dependan sólo del azar.**



Los números que salen cuando tiramos dos dados son números al AZAR. Por lo tanto no dependen de nada. Sale uno u otro número porque sí.

☆ ¿Qué es el azar?

Cuando decimos que algo sucede al azar queremos decir que pasa porque sí. (es decir que pasa algo, pero de la misma forma pudo haber pasado algo totalmente diferente y no hay manera de predecir que es lo que pasará) Cuando algo sucede por azar decimos que es **aleatorio** (como la función "shuffle" de los reproductores musicales que elige "caprichosamente" o **al azar** cualquier tema para reproducir)

Nosotros vamos a calcular probabilidades de cosas que pasan al AZAR. Pero NUNCA voy a poder usar la Matemática para calcular Probabilidades, como por ejemplo la "Probabilidad de que Argentina gane la Copa del Mundo" o "la Probabilidad de que Boca salga Campeón" ni cosas por el estilo...

➤ Ejemplos de cosas que pasan al azar:

- Cuando arrojo un dado. O juego a la ruleta. El número que sale es al AZAR.
- El número de boleto que me tocó en el colectivo es al AZAR.
- Otro ejemplo: si saco (sin mirar) un caramelo de una bolsa donde hay caramelos de distinto gusto. El gusto del caramelo que saque también va a ser al azar.

Vamos a pensar un poco en todo esto: Supongamos el siguiente experimento

- Si anotamos en un papel las últimas cifras de los documentos de las personas que pasan por la calle un día cualquiera en una esquina cualquiera: Vamos a ver que los números no siguen una "tendencia", es como que no hay preferencias por ningún número en la lista.

¿Y si nos preguntamos por qué en la lista están esos números y no otros? La respuesta sería: Porque SI. No hay manera de darle una explicación predecible. La lista de números depende únicamente "del AZAR".

Si yo de alguna manera pudiera influir para que en la lista queden los números que a mí me gustan. Entonces ya no dependería del AZAR.

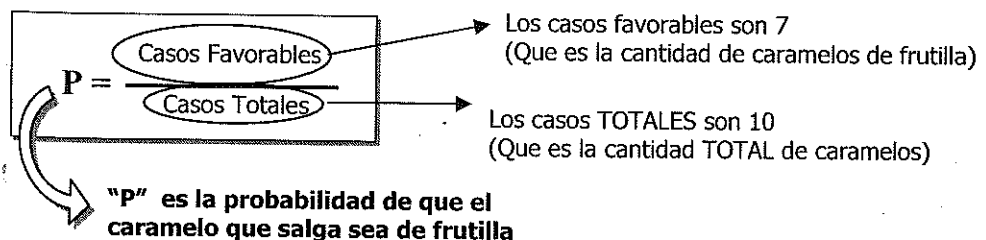
☆ ¿Cómo se calcula una probabilidad?

Bueno empecemos viendo la **FÓRMULA** que usaremos en todos los problemas

"P" es la probabilidad de que "pase algo"

$$P = \frac{\text{Casos Favorables}}{\text{Casos Totales}}$$

Ejemplo: Supongamos que vamos a sacar un caramelo, sin mirar, de una bolsa que tiene 7 caramelos de frutilla y 3 de limón. ¿Cuál es la probabilidad de que el caramelo que saque sea de frutilla?



$$P = \frac{7}{10} \Rightarrow P = 0,7$$

Y ya está: La probabilidad de que el caramelo que sacamos de la bolsa sea de frutilla es de **0,7...**

Fotocopiar este material es un delito, ley 11.723. Denuncias a denuncias@logikamente.com.ar